

Lemon – bool formulák kiértékelése

Library for Efficient Models and Optimization in Networks

Balázs Dezső

ELTE, Operációkutatási tanszék

Adott egy $G = (V, A)$ irányított gráf, és a csúcsokon egy $f : V \rightarrow \mathbb{N}$ függvény. Irányítsuk úgy a gráf éleit, hogy minden $v \in V$ csúcsba legalább $f(v)$ él menjen be.

Könnyen látható, hogy ha a feladat megoldható, akkor $X \subset V$ halmaz esetén $e(X) \geq \sum_{v \in X} f(v)$.

- Osszuk három részre a csúcsokat:
 - hiányos Amely csúcsokba kevesebb él megy az előírtnál
 - semleges Amely csúcsba pont az előírt mennyiségű él megy
 - többletes Amely csúcsba több él megy mint az előírt
- Észrevétel: ha egy irányított út minden élét megfordítjuk akkor, csak a két végpontban változik hiány

- Kerssünk egy utat a hiányos csúcsokból egy többletesbe
- A szélességi keresést indítsuk az összes hiányos csúcsból
- Futtassuk addig, amíg vagy egy többletes csúcsot nem találunk, vagy az algoritmus megáll
- Ha többletes csúcsot találunk, akkor javítunk az úton, és eggyel csökken az összes hiány
- Ha nincs ilyen út, akkor X legyen az elért csúcsok halmaza, ebben a halmazban minden csúcs hiányos vagy semleges, van legalább egy hiányos csúcs benne, és nem megy ki belőle él
- Ez a halmaz bizonyítja, hogy nincs megoldás
- Az algoritmus futásideje m^2
- Bfs

Szintező algoritmus megoldás

- A csúcsokhoz rendeljük az $l : V \rightarrow \mathbb{N}$ szint függvényt, kezdetben ez minden csúcsra 0
- Két műveletet ismételünk:
 - javítás** Egy hiányos csúcsból kiinduló élet, ha annak végpontja eggyel lejjebb van, akkor megfordítjuk
 - emelés** Ha egy hiányos csúcsból nem megy ki olyan él, ami lejjebb mutat, akkor eggyel megnöveljük a szintjét
- Minden hiányos csúcson legalább az egyik műveletet végre tudjuk hajtani
- Ha nincs több többletes csúcs, akkor megállunk
- Ha egy csúcs eléri a $|V|$ szintet, akkor az első üres szint feletti csúcsok halmaza legyen X

- Egy él maximum egy szinttel mutat lejjebb (kezdetben igaz, majd az emelés és a javítás fenntarja ezt a szabályt)
- Többletes csúcs csak a 0-ás szinten lehet (mindig csak hiányos csúcsokat emelünk és hiányos csúcsokat javítunk)
- Ha van egy üres szint, akkor a felette lévő csúcshalmazból nem mutat kifelé él
- Ha egy csúcs felér a $|V|$ szintre, akkor lesz üres szint (akár a 0-ás szint is lehet)
- Ebből következően X -ről meg lehet mutatni, hogy bizonyítja a feladat megoldhatatlanságát
- Futásidő: $O(nm)$

- Adott szinten lévő összes csúcs nyilvántartása
- Ha egy üres szint kialakul, akkor rögtön megállunk
- Mindig a legmagasabban fekvő hiányos csúcson végzünk műveletet
- Kezdetben a szinteket fordított bfs-sel határozzuk meg
- Elevator